1 Énergie cinétique d'un système

A Définition de l'énergie cinétique

Dans un référentiel donné, l'énergie cinétique E_c d'un système s'exprime par la relation :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

avec E_c : l'énergie cinétique en joule (J) ;
m : la masse du système en kilogramme (kg) ;
v : la vitesse du système en mètre par seconde ($m{\cdot}s^{-1}$).

Application

Calculer l'énergie cinétique d'une voiture de 1,0 tonne roulant à la vitesse maximale autorisée sur une route départementale, soit 80 $km{\cdot}h^{-1}$. Quelle était l'énergie de cette voiture lorsque la limitation était de 90 $km{\cdot}h^{-1}$?

Corrigé : L'énergie cinétique de la voiture de 1,0 t = $1{,}0 \times 10^3$ kg est :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 10^3 \times \left(\frac{80}{3{,}6}\right)^2 = 2{,}5 \times 10^5 \text{ J.}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 10^3 \times \left(\frac{90}{3{,}6}\right)^2 = 3{,}1 \times 10^5 \text{ J.}$$

B Travail d'une force

Le travail d'une force est une grandeur physique permettant d'évaluer l'effet de cette force sur l'énergie cinétique d'un système au cours d'un mouvement.

Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A vers B s'exprime par la relation scalaire :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

avec $W_{AB}(\vec{F})$: le travail de la force $\vec{F}$ en joule (J) ;
F : la valeur de la force en newton (N) ;
AB : le déplacement en mètre (m) ;
α : l'angle entre la direction de la force $\vec{F}$ et celle du déplacement $\overrightarrow{AB}$.

C Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen tel que le référentiel terrestre, la variation de l'énergie cinétique d'un système de masse m entre un point A et un point B est égale à la somme des travaux des forces $\vec{F}$ agissant sur le système :

$$\Delta E_c(A \to B) = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}).$$

Les termes de cette relation s'expriment tous en joule.

Numérique

Découvrez le théorème de l'énergie cinétique en vidéo. LLS.fr/PC1P301

Éviter les erreurs

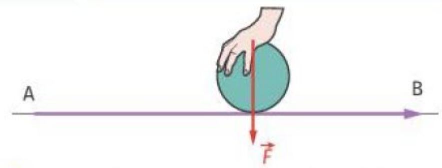
- Bien exprimer la vitesse en $m{\cdot}s^{-1}$, la masse en kg.

$$1\,m \cdot s^{-1} = \frac{\frac{1}{1000}\,km}{\frac{1}{3600}\,h} = \frac{3\,600}{1000}\,km \cdot h^{-1} = 3{,}6\,km \cdot h^{-1}.$$

Pas de malentendu

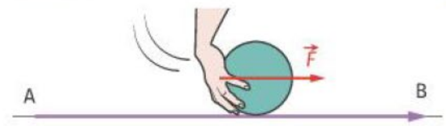
- Une force est dite constante lorsque sa valeur, son sens et sa direction ne varient pas au cours du temps.

Cas n° 1



La force $\vec{F}$ ne travaille pas : $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux. $W_{AB}(\vec{F}) = 0$ J.

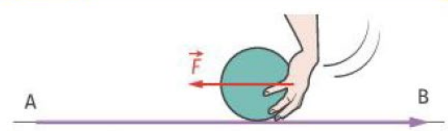
Cas n° 2



La force $\vec{F}$ travaille et ce travail est dit moteur car :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(0) > 0 \text{ J.}$$

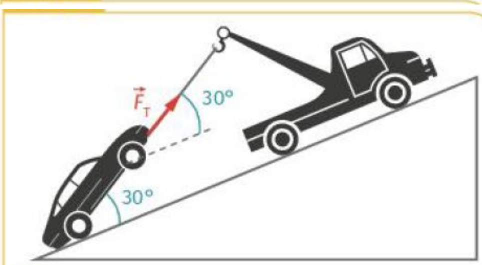
Cas n° 3



La force $\vec{F}$ travaille et ce travail est dit résistant car :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(180) < 0 \text{ J.}$$

Cas n° 4



Angle quelconque, le travail est moteur (angle inférieur à 90°) :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(30) > 0 \text{ J.}$$

2 Énergie potentielle de pesanteur d'un système

A Définition de l'énergie potentielle de pesanteur

› Dans un référentiel donné, en orientant l'axe des altitudes vers le haut, l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} d'un système s'exprime par la relation :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z$$

avec E_{pp} : l'énergie potentielle de pesanteur en joule (J) ;
m : la masse du système en kilogramme (kg) ;
g : l'intensité du champ de pesanteur ($N \cdot kg^{-1}$) ;
z : l'altitude par rapport à la référence en mètre (m).

B Force conservative : l'exemple du poids

Tout corps de masse m, placé dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$ est soumis à son propre poids $\vec{P}$. Lorsque l'objet se déplace d'un point A à un point B, le travail du poids s'exprime par la relation :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\alpha).$$

Exemple :
D'après le **doc. 1**, $\cos(\alpha) = \dfrac{z_A - z_B}{AB}$.

Ainsi : $W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \dfrac{z_A - z_B}{AB} = P \cdot (z_A - z_B) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$

avec $W_{AB}(\vec{P})$: le travail du poids en joule (J) ;
m : la masse de l'objet en kilogramme (kg) ;
g : l'intensité du champ de pesanteur ($N \cdot kg^{-1}$) ;
$(z_A - z_B)$: la différence d'altitude entre A et B repérés sur un axe (Oz) vertical orienté vers le haut, en mètre (m).

Le travail du poids ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée, il ne dépend pas du chemin suivi par le système. On parle dans ce cas de force conservative.

C Travail d'une force non conservative : exemple de la force de frottement

Lors d'un **déplacement rectiligne** de longueur AB, le travail de la force de frottement $W_{AB}(\vec{f})$ est donné par la relation :

$$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

La force de frottement s'opposant généralement au mouvement du système, le travail s'écrit alors :

$$W_{AB}(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos(180°) = -f \cdot AB < 0 \text{ J}.$$

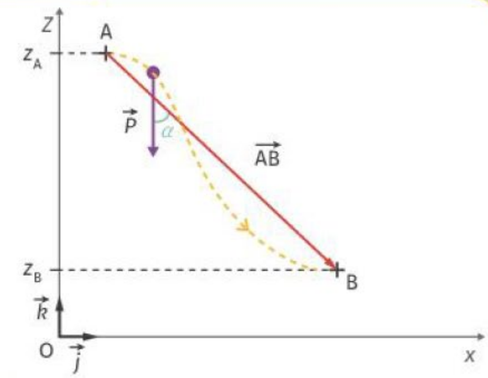
Ce travail est résistant.

Le travail de la force de frottement dépend du chemin suivi. On parle dans ce cas de force non conservative.

Éviter les erreurs

- Il est impératif de définir une référence des altitudes avant de déterminer l'énergie potentielle de pesanteur. Pour une chute, il est commode de choisir le point le plus bas de la trajectoire (le sol en général) pour lequel $z = 0$.

Doc. 1 Travail et chemin parcouru

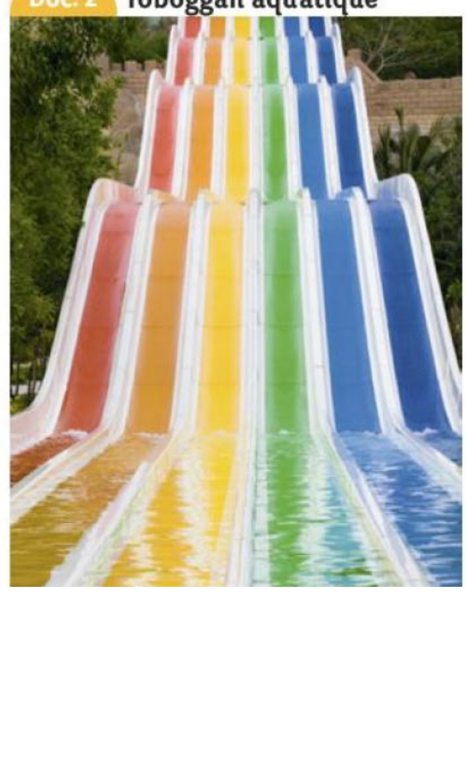


Le poids $\vec{P}$ d'un enfant se déplaçant entre A à B sur le toboggan ne dépend pas du parcours dans ce toboggan. $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Éviter les erreurs

- Le produit scalaire : il est le produit de deux vecteurs mais c'est une valeur numérique. Attention à bien se relire pour vérifier que le symbole d'un produit scalaire n'est pas coiffé d'une flèche et qu'il a bien une unité associée !

Doc. 2 Toboggan aquatique



3 Énergie mécanique d'un système

A Définition de l'énergie mécanique

› Dans un référentiel donné, on associe à un système plongé dans un champ de pesanteur une énergie mécanique notée E_m, telle que :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

avec E_m : l'énergie mécanique en J ;
E_c : l'énergie cinétique en J ;
E_{pp} : l'énergie potentielle de pesanteur en J.

B Conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système est soumis uniquement à des forces conservatives ou à des forces dont le travail est nul, alors son énergie mécanique se conserve. On peut écrire :

$$\Delta E_m(A \to B) = E_m(B) - E_m(A) = 0 \Leftrightarrow E_m(B) = E_m(A).$$

De plus, comme $\Delta E_m(A \to B) = \Delta E_c(A \to B) + \Delta E_{pp}(A \to B)$,
on a : $\Delta E_c(A \to B) = -\Delta E_{pp}(A \to B)$.
Dans le cas où l'énergie mécanique d'un système se conserve, alors toute l'énergie cinétique perdue est convertie en énergie potentielle et inversement (**doc. 4**).

C Non-conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système est soumis à des forces non conservatives qui travaillent, alors son énergie mécanique ne se conserve pas. On peut écrire :

$$\Delta E_m(A \to B) = E_m(B) - E_m(A) = \sum W_{AB}\left(\vec{F}_{nc}\right)$$

avec $\sum W(\vec{F}_{nc})$: la somme des travaux des forces non conservatives s'appliquant sur le système (frottements par exemple).

Dans le cas où l'énergie mécanique d'un système ne se conserve pas, alors l'énergie cinétique du système est partiellement convertie en énergie potentielle et inversement (**doc. 5**).

Application

En supposant les forces de frottement négligeables, utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer l'altitude maximale atteinte par une balle de tennis lancée à la vitesse v_A verticalement depuis 2,0 m au-dessus du sol.

Corrigé : Comme les frottements de l'air sont négligés, la balle n'est soumise qu'à son poids. L'énergie mécanique de la balle se conserve. D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$\Delta E_c(A \to B) = W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

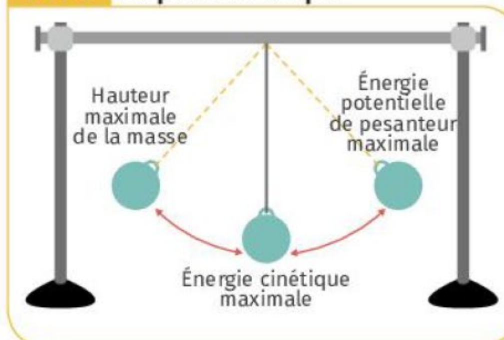
$$\Delta E_c(A \to B) = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot (z_A - z_B).$$

Or, $v_B = 0$ en haut de la trajectoire donc en simplifiant on trouve :

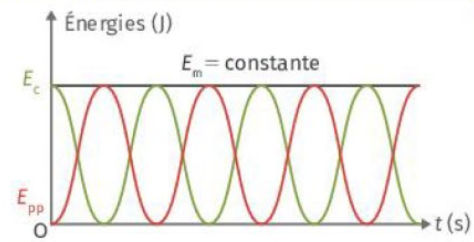
$$z_B = z_A + \frac{v_A^2}{2g}.$$

AN : $z_B = 2{,}0 + \dfrac{7{,}0^2}{2 \times 9{,}81} = 4{,}5\,\text{m}$.

Doc. 3 Le pendule simple

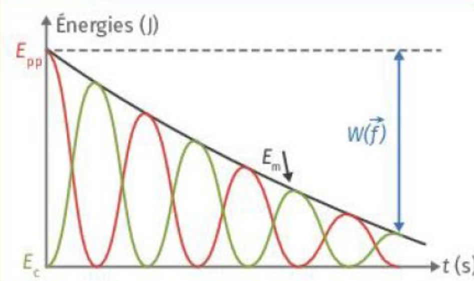


Doc. 4 Oscillations non amorties



L'énergie mécanique se conserve, le mouvement se prolonge indéfiniment (cas idéal).

Doc. 5 Oscillations amorties



L'énergie mécanique diminue au cours du temps à cause des frottements, le mouvement finit par s'arrêter (cas réel).

Doc. 6 Service au tennis

Données

- **Masse de la balle de tennis :** 57 g ;
- **Vitesse initiale de la balle :** $v_A = 7{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- **Intensité du champ de pesanteur :** $g = 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Principales notions

Énergie cinétique
$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

⊕

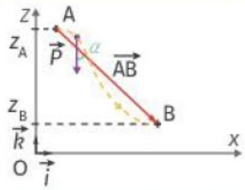
Énergie potentielle de pesanteur
$E_{pp} = m \cdot g \cdot z$

⊜

Énergie mécanique
$E_m = E_c + E_{pp}$

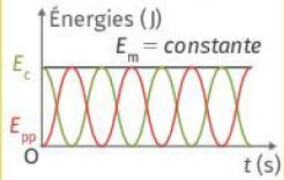
Énergie totale
$E_{totale} = E_m + E_{thermique}$

Énergie thermique

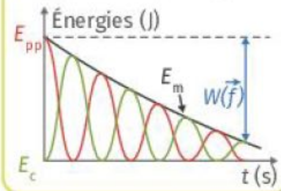


Variation ΔE_m
$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$

Conservation de E_m
$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$



Non conservation de E_m
$\Delta E_m \neq 0$, $\Delta E_m = W_{AB}(\vec{f})$



Théorème de l'énergie cinétique
$\Delta E_c = \Sigma W(\vec{F})$

Travail du poids
$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$

Travail d'une force
$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$
$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$

Force conservative

Travail d'une force de frottement
$W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB$

$\vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \cdot AB \underbrace{\cos(180°)}_{=-1} = -f \cdot AB$

Force non conservative

Les éléments essentiels de la modélisation

En mécanique, une étude énergétique peut se réaliser :

- soit en négligeant la présence de forces dissipatives (ex. : les frottements fluides). Dans ce cas, l'énergie mécanique se conserve et il est possible d'estimer la position et/ou la vitesse du système à n'importe quel instant de son mouvement ;
- soit en tenant compte des forces de frottement. Dans ce cas, l'énergie mécanique ne se conserve pas.

Cette non-conservation peut être exploitée en déterminant le travail d'une force dissipative ou l'intensité de cette force.

Les limites de la modélisation

Le théorème de l'énergie cinétique exige de préciser le référentiel dans lequel se fait l'étude. Il est valable dans le référentiel terrestre pour des vitesses de déplacement suffisamment petites, mais il n'est pas valable pour certains référentiels non galiléens comme un manège en rotation par exemple.

› L'étude ne porte ici que sur des forces constantes. Dans le cas de forces variables dans le temps, l'expression mathématique du travail fait appel à des intégrations, elle est donc plus complexe.

› Enfin, l'énergie de rotation propre au corps en mouvement est négligée par souci de simplification dans les calculs. Dans le cas d'une balle de tennis tapée avec un effet par exemple, elle peut pourtant être non négligeable dans un bilan énergétique.

Numérique

Connectez-vous sur lelivrescolaire.fr pour faire une carte mentale et reprendre les principales notions du chapitre. LLS.fr/PC1P304